



# Fit in Mathe

April

Klassenstufe 10

Thema

## Wurzelfunktionen

- ① Unter der n-ten Wurzel einer nicht-negativen Zahl x (in Zeichen:  $\sqrt[n]{x}$ ) versteht man **die** nicht-negative Zahl, die n mal mit sich selber multipliziert, die Zahl x ergibt.

Dabei schreibt man für  $\sqrt[2]{x}$  einfach  $\sqrt{x}$ .

Was ist also (ohne Taschenrechner) im Sinne obiger Definition:

- a)  $\sqrt{169}$  b)  $\sqrt{2,25}$  c)  $\sqrt{\frac{9}{25}}$  d)  $\sqrt{7056}$  e)  $\sqrt{6272,64}$  f)  $\sqrt[3]{216}$  g)  $\sqrt[3]{0,216}$   
h)  $\sqrt[5]{0,00001}$

Die Quersumme der Summe aller Ergebnisse ist \_\_\_\_.

- ② Ermittle durch Nutzung obiger Definition der Wurzel die Umkehrfunktion folgender Funktionen und skizziere ihren Graphen:

a)  $y = x^2 - 4$  mit dem Definitionsbereich  $[0, +\infty)$

b)  $y = x^2 - 4$  mit dem Definitionsbereich  $(-\infty, 0]$

Die Betrag des y-Abschnitts ist bei beiden Umkehrfunktionen \_\_\_\_.

- ③ Bestimme wie in Aufg. 2 eine Unterteilung des Definitionsbereiches der Funktion  $y = x^2 - 8x + 16$ , für die es jeweils eine Umkehrfunktion gibt und ermittle deren Funktionsgleichung.

Die Betrag des y-Abschnitts ist bei beiden Umkehrfunktionen \_\_\_\_.

- ④ Bestimme eine natürliche Zahl n so, dass der Graph von  $f(x) = \sqrt[n]{x}$  durch den Punkt P geht.

a)  $P(125/5)$  b)  $P(128/2)$  c)  $P(10000/10)$

Die Summe aller n ist \_\_\_\_.

- ⑤ Gib den Definitions- und Wertebereich folgender Funktionen an:

a)  $f(x) = \sqrt{x-1}$  b)  $f(x) = \sqrt{x^2+1}$  c)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2-4}$  d)  $f(x) = \sqrt{x^2-4x+3}$

Die Länge des kürzesten Ausnahmeintervalls der Definitionsbereiche ist \_\_\_\_.

- ⑥ Was ist der Definitionsbereich folgender Funktionen und wie sehen ihre Graphen aus?

a)  $f_1(x) = \sqrt{16-x^2}$  b)  $f_2(x) = -\sqrt{16-x^2}$

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.



# Fit in Mathe

April

Klassenstufe 10

Welche geometrische Figur bilden die Graphen?

Das kleinste umfassende Rechteck dieser Figur mit achsenparallelen Seiten hat die Fläche \_\_\_\_ .

7 Was ist der Definitionsbereich der Funktionen

$$f_1(x) = \frac{2}{3}\sqrt{9-x^2} \quad \text{und} \quad f_2(x) = -\frac{2}{3}\sqrt{9-x^2} \quad \text{und wie sehen ihre Graphen aus?}$$

Welche geometrische Figur bilden die Graphen ?

Das kleinste umfassende Rechteck dieser Figur mit achsenparallelen Seiten hat die Fläche \_\_\_\_ .

8 Zeige, dass für  $x, y > 0$  gilt:  $\frac{y-x}{\sqrt{y}+\sqrt{x}} = \sqrt{y}-\sqrt{x}$  .

Folgere daraus, dass  $y > x$  genau dann gilt, wenn  $\sqrt{y} > \sqrt{x}$  ist.

Hier hilft die binomische Formel Nr \_\_\_\_.

9 Für welche x gilt:

$$\text{a) } \sqrt{2x^2+3x+\frac{3}{2}} > \sqrt{x^2+x+\frac{1}{2}} \quad \text{b) } \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} > \sqrt{\frac{x+3}{x-2}} \quad \text{c) } \sqrt{x^2+5x+10} > \sqrt{2x^2-x-6}$$

Die Länge des größten Ausnahmeintervalls ist \_\_\_\_

Die Lösungszahlen in willkürlicher Reihenfolge sind:

0    64    2    4    14    2    14    3    24

10 Expertenaufgabe

Für alle  $n \in \mathbb{N}$  und  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$  gilt folgende Formel:

$$1+x+x^2+x^3+\dots+x^{n-1} = \frac{x^n-1}{x-1}$$

Leite daraus her, dass für alle  $x > 0$  gilt:

a) wenn  $x > 1$  ist, dann ist  $1 < \sqrt[n+1]{x} < \sqrt[n]{x} < x$

b) wenn  $0 < x < 1$  ist, dann ist  $x < \sqrt[n]{x} < \sqrt[n+1]{x} < 1$

Leite weiterhin her, dass für alle  $x > 0$  gilt:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{x} = 1$

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.