



Thema

Winkel in der Linearen Algebra (Taschenrechner erlaubt)

- 1 Ermittle zeichnerisch mit Hilfe nebenstehender Tabelle, welche Winkel α ($0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$) erster und zweiter Vektor bei positivem Drehsinn einschließen:

a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$

b) $\frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{6}-\sqrt{2} \\ \sqrt{6}+\sqrt{2} \end{pmatrix}$ und $\sqrt{2} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

Die Summe aller Winkel ist ____ .

Tabelle mit Kosinuswerten

- * $\cos(0^\circ) = 1$
- * $\cos(15^\circ) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
- * $\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- * $\cos(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- * $\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$
- * $\cos(75^\circ) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
- * $\cos(90^\circ) = 0$

- 2 Ermittle die Winkel zwischen den Vektoren der 1. Aufgabe mit Hilfe des Skalarproduktes.

Die Summe aller Vektorlängen ganzzahlig gerundet ist ____.

- 3 Welchen Winkel α ($0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$) schließen die folgenden Vektorpaare ein:

a) $\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} \sqrt{6}-\sqrt{2} \\ \sqrt{6}+\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -3 \\ -\sqrt{3} \\ -2 \end{pmatrix}$

Die Summe aller eingeschlossenen Winkel ist ____.

- 4 Bei einer Straßenbaumaßnahme kreuzen sich zwei geradlinige Straßen auf einer Anhöhe im Schnittpunkt $A(0|5|3)$. Ein weiterer Punkt der einen Straße ist $B(-3|1|2)$, ein weiterer Punkt der anderen Straße ist $C(2|-1|0)$.

Welchen Schnittwinkel schließen die beiden Straßen ein?

Der Winkel in Grad und ganzzahlig gerundet ist ____

- 5 Zwei gerade Eisenbahnlinien verlaufen in einer waagerechten (!) Ebene aufeinander zu und sollen sich in einer weiter nördlich gelegenen Stadt mit einem Eisenbahnknotenpunkt unter einem Winkel $\alpha=60^\circ$ schneiden. Der Richtungsvektor der einen

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.



Fit in Mathe

Februar

Klassenstufe 12

Eisenbahnstrecke ist mit $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ bauplanerisch festgelegt.

Wie lautet ein passender Richtungsvektor \vec{v} der anderen Eisenbahnstrecke ?
Der Winkel (ganzzahlig gerundet in Grad), den er mit der x-Achse einschließt, ist ___.

- 6 In einer Diskothek fällt der Laserstrahl einer Lichtshow auf einen ebenen Spiegel an der (waagerechten) Decke. Der Laserstrahl kann dabei durch die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ beschrieben werden. Welchen Winkel schließen der Laser-}$$

strahl und der Spiegel ein?

Hinweis: Überlegen Sie sich, welche Lage die Ebene (hier der Spiegel an einer Raumdecke) hat und was dies für ihren Normalenvektor bedeutet.

Der gesuchte Winkel in Grad und ganzzahlig gerundet ist _____

- 7 Eine Photovoltaikanlage auf dem Dach eines Hauses kann als Ebene in der Koordinatengleichung E: $-3x-3y+5z=0$ beschrieben werden. In der Mittagszeit zum

besten Jahreszeitpunkt kann der Richtungsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ für die günstigste

Sonneneinstrahlung angegeben werden. Der größte Wirkungsgrad einer Photovoltaikanlage wird dann erzielt, wenn die Sonneneinstrahlung möglichst senkrecht zur Photovoltaikanlage erfolgt. Prüfen Sie, ob dies zumindest annähernd erreicht wird.

Die Abweichung von 90° ist ganzzahlig gerundet ___ %

Lösungen mit Kennsilben

15	115	42	600	26	54	44	340	24	270	113	18	255	55
SS	SL	LA	EI	OM	NE	AL	PA	UF	LL	LL	RA	CH	EL

Lösungswort:

- 8 (Expertenaufgabe)

Gegeben seien die Vektoren $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{v}' = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$. Beide sind gleich lang.

Finde einen Vektor \vec{n} der Länge 1, der in Richtung einer Rotationsachse weist, um die man \vec{v} auf \vec{v}' drehen kann. Gib den Winkel an, um den man drehen muss und finde eine 3×3 -Matrix R mit der Eigenschaft $R \cdot \vec{v} = \vec{v}'$, die jeden anderen Vektor um denselben Winkel um die obige Rotationsachse \vec{n} dreht.

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.