



Fit in Mathe

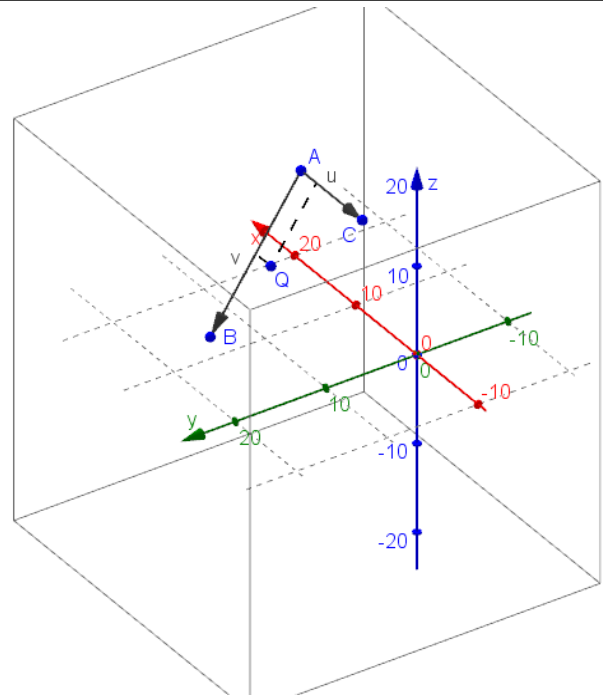
Januar

Klassenstufe 12

Thema

Ebenen

1



Das Foto zeigt einen Eimerkettenbagger im Braunkohletagebau. Beim Schürfen bewegt sich der Bagger in Richtung des Vektors \mathbf{u} und die Eimerkette wird in Richtung des Vektors \mathbf{v} gezogen. Der Bagger erzeugt auf diese Weise ein Stück einer Ebene (siehe Skizze).

Parameterdarstellung der Ebene E: $\mathbf{x} = \mathbf{a} + r \mathbf{u} + s \mathbf{v}$

Mit $A(13|4|15)$, $B(13|14|0)$ und $C(3|4|15)$ ergibt sich folgende Ebenengleichung:

$$E: \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \\ 15 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ -15 \end{pmatrix}$$

Der Geländepunkt $Q=(10,5|9|7,5)$ liegt in der Ebene, die der Eimerkettenbagger erzeugt. Bestimme r und s .

Der Quotient s/r ist ____

2 Welche Parameterform hat die Ebene E_{ABC} mit $A(1|1|1)$, $B(2|7|0)$ und $C(-5|0|13)$?

Überprüfe, ob die folgenden Punkte in der Ebene liegen.

a) $P(3|7|5)$ b) $Q(-10|-30|18)$

Die Summe der gefundenen Lösungen für r und s ist ____

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.



Fit in Mathe

Januar

Klassenstufe 12

- 3 Welche Lage haben die Geraden g und h zur Ebene E ?

$$E: \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \quad g: \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad h: \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die Summe der Koordinaten des Durchstoßpunktes ist ____.

- 4 Ein Taucher befindet sich im Punkt $P(25|-12|-6)$ unter Wasser (Angaben in Meter) und bewegt sich in Richtung des Vektors $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$. In welchem Punkt der Wasseroberfläche (x y -Ebene) taucht er auf?

Die Summe der Koordinaten des Auftauchpunktes ist ____.

- 5 Die Gerade $g: \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ist die Schnittgerade der beiden Ebenen E_1 und E_2 . Gib Parametergleichungen der beiden Ebenen an, wobei der Punkt $P(5|0|1)$ in E_1 und $Q(-3|2|-4)$ in E_2 liegen soll.

Das Produkt der Koordinaten des 2. Richtungsvektors von Ebene E_1 ist ____.

- 6 Gegeben ist ein Dreieck mit den Ecken $A(1|-2|-7)$, $B(-8|-2|5)$ und $C(17|-2|5)$. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks (Koordinaten in cm).

Der Flächeninhalt beträgt ____ cm^2 .

Lösungen mit Kennsilben

1 ER	9 NR	150 ET	4 IE	-4 IV	-8 TA	3 ST	2 UN	165 SE	19 SI	-6 UD	-10 EI
---------	---------	-----------	---------	----------	----------	---------	---------	-----------	----------	----------	-----------

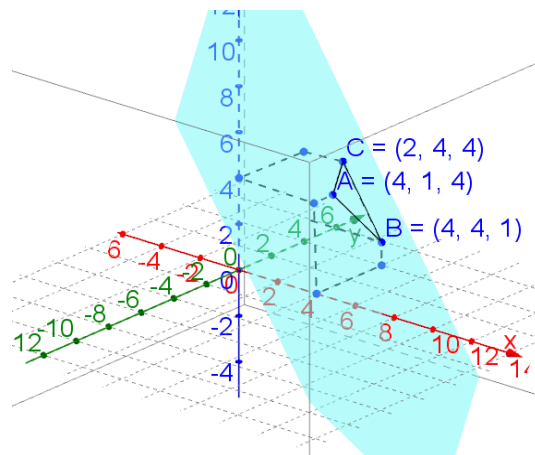
Lösungswort:

- 7 (Expertenaufgabe)
Welche der drei Ebenen ist parallel oder identisch zur Ebene E_{ABC} in der Zeichnung?

$$E_1: \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$E_2: \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$E_3: \mathbf{x} \in \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid -3x + 2y + 2z = 22 \right\}$$



Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.