



Fit in Mathe

Juli

Klassenstufe 9

Thema

Binomische Regeln

① Löse rechnerisch und zeichnerisch:

Jemand besitzt ein quadratisches Grundstück der Kantenlänge a und daher der Fläche a^2 .

- Er kann hinzukaufen, so dass die Kanten um einen Betrag b größer werden.
Um welche Fläche ist sein Grundstück größer geworden?
- Er muss verkaufen, so dass die Kantenlänge a um einen Betrag b kleiner wird.
Um welche Fläche ist sein Grundstück kleiner geworden?
- Eine Kante wird um den Betrag b vergrößert, die andere um denselben Betrag verkleinert. Wie hat sich nun seine Grundstücksfläche verändert?

Drücke die Differenzen zur ursprünglichen Flächengröße a^2 durch Terme mit a und b aus.

Die Summe aller 3 Änderungen für $a=10$ und $b=1$ ist ____.

② Rechne geschickt, indem du die binomischen Gesetze anwendest

Beispiel: $18 \cdot 22 = (20 - 2) \cdot (20 + 2) = 400 - 4 = 396$

- a) 21^2 b) 201^2 c) 19^2 d) 198^2 e) $27 \cdot 33$ f) $11 \cdot 13$ g) $202 \cdot 198$

Die Quersumme aller Lösungen ist ____.

③ Finde das x , für das die folgenden Terme jeweils ihren kleinsten Wert annehmen

- a) $x^2 - 1$ b) $x^2 + 2x + 1$ c) $x^2 + 2x + 2$ d) $x^2 - 2x + 2$ e) $2x^2 - 4x + 4$

Die Summe der kleinsten Werte ist ____.

④ Faktorisiere die folgenden Terme soweit wie möglich

- a) $a^4 - b^4$ b) $25x^2 - 9y^4$ c) $36x^2 + 48xy + 16y^2$ d) $4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2$

Die Anzahl möglicher Faktoren von allen Teilaufgaben ist ____.

⑤ Verwandle in eine Summe mit möglichst wenig Summanden

- a) $(x^2 - y) \cdot (x^2 + y)$ b) $(4a + 2b)^2$ c) $(a + b)^2 - (a^2 - b^2)$ d) $(a + b)^2 - (a - b)^2$

____.

⑥ Vereinfache so weit wie möglich durch Kürzen

- a) $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$ b) $\frac{(a + b)^2 - (a - b)^2}{4ab}$ c) $\frac{x^4 - 2x^2y^2 + y^4}{x^2 + 2xy + y^2}$ d) $\frac{25a^2 - 16b^2}{25a^2 + 40ab + 16b^2}$

Der Bruchstrich kann in ____ Fällen entfallen.

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.



Fit in Mathe

Juli

Klassenstufe 9

- 7 Multipliziere und fasse zusammen, indem du je zwei Summanden klammerst und die entsprechenden binomischen Regeln mehrfach anwendest.

a) $(a+b+2)^2$ b) $(x-3y+5)^2$ c) $(2x-2y+3a-3b)^2$

Die Gesamtzahl aller Summanden von allen Teilaufgaben ist ____.

- 8 Multipliziere und fasse soweit wie möglich zusammen, indem du immer auf das vorangegangene Resultat zurückgreifst.

a) $(a+b)^3$ b) $(a+b)^4$ c) $(a+b)^5$

Die Summe aller Zahlfaktoren ungleich eins in den Ergebnissen ist ____.

- 9 Peter bringt 10000 € zur Bank, wo sie zu jährlich 2% verzinst werden. Um welchen Faktor ist das Guthaben nach 5 Jahren gewachsen? Was hat er also nach 5 Jahren? Hinweis: Schreibe den Aufzinsungsfaktor 1,02 als $(1+0,02)$ und berechne

$(1+0,02)^n$ unter Verwendung von Aufgabe 8 c)

Der Gesamtzinsen ganzzahlig gerundet sind ____ €..

Lösungen mit Kennsilben

22 SC	50 HA	3 ON	19 WE	108 TI	1048 FT	52 TE	1 NA	4 LT	2 NN	15 AL	110 ME	8 MA	1060 IS
----------	----------	---------	----------	-----------	------------	----------	---------	---------	---------	----------	-----------	---------	------------

Lösungswort:

10 Expertenaufgabe

Man multipliziert zwei Summen miteinander, indem man jeden Summanden der ersten Summe mit jedem Summanden der zweiten Summe multipliziert, also z.B.

$$(a^2+2ab+b^2) \cdot (a+b) = a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3$$

Das letzte Ergebnis lässt sich noch verkürzen zu $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$.

Es ist festzustellen, dass die Anzahl der Summanden immer um eins größer als der Exponent ist (hier 3+1) und dass sich die Exponenten von a und b bei allen Summanden immer zu 3 addieren, wobei sie bei a von 3 auf 0 abnehmen und bei b von 0 auf 3 zunehmen.

Aber wie ist es mit den Zahlfaktoren bei den Produkten der Potenzen von a und b? Nimm an, es sei

$$(a+b)^n = P_0^n \cdot a^n + P_1^n \cdot a^{n-1} b + P_2^n \cdot a^{n-2} b^2 + \dots + P_n^n \cdot b^n \quad \text{mit} \quad P_0^n = P_n^n = 1$$

Nun multipliziere einen weiteren Faktor $(a+b)$ hieran, sodass $(a+b)^{n+1}$ entsteht.

Die neuen Faktoren nennen wir P_k^{n+1} mit $k=0, \dots, n+1$, wobei wieder

$$P_0^{n+1} = P_{n+1}^{n+1} = 1 \quad \text{gilt.}$$

Finde eine Formel für das k-te P ($k=1, \dots, n$) des (n+1)-ten Binoms, mit dem es aus den P 's des n-ten Binoms berechnet werden kann.

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.