



Fit in Mathe

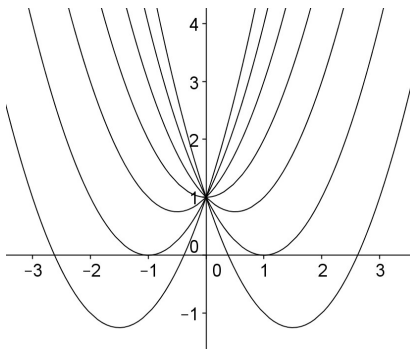
Juni

Klassenstufe 11

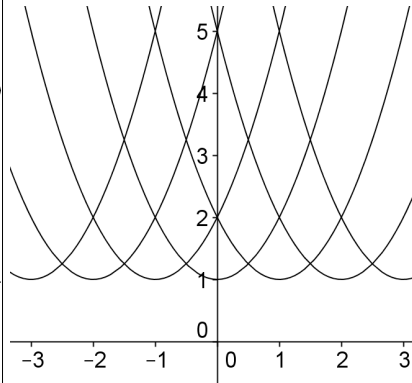
Thema

Kurvenscharen

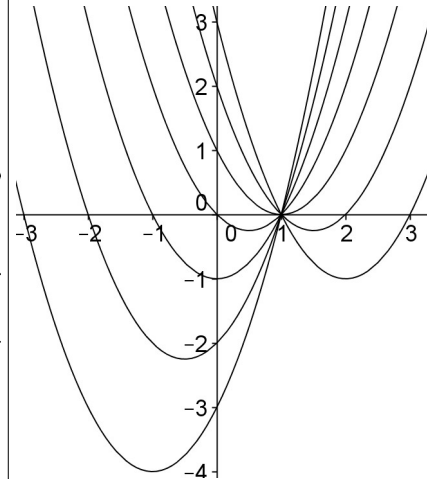
1 a)



b)



c)



Bei den obigen Abbildungen handelt es sich um Kurvenscharen gebildet aus Normalparabeln in unterschiedlichen Lagen im Koordinatensystem.

Ordne den Graphen die richtige Funktionsvorschrift zu:

1) $f(x) = x^2 + 2ax + (a^2 + 1)$

2) $f(x) = x^2 - (a+1)x + a$

3) $f(x) = x^2 + a \cdot x + 1$

Die Positions-Nrn in der richtigen Reihenfolge ergeben die Lösungszahl ____.

2

Bestimme die Bahnkurven der Scheitelpunkte obiger Kurven

Die Summe der Funktionswerte aller Bahnkurven an der Stelle $x = 1$ ist ____

3

Betrachte die Kurvenschar $y = \frac{x^2}{2c} + \frac{c}{2}$ mit dem Parameter $c (\neq 0)$.

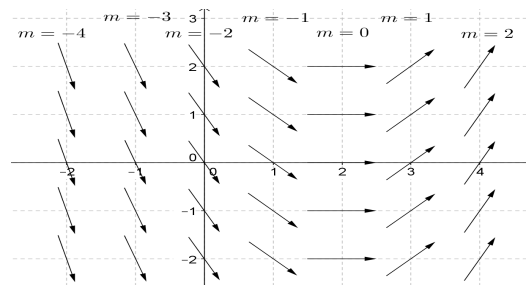
Skizziere die zugehörige Kurvenschar!

Die Anzahl der Kurven durch den Punkt $P(2|1)$ ist ____.

4

Gegeben ist das nebenstehende „Richtungsfeld“, d.h. allen Punkten der Ebene $P(x|y)$ wird eine Steigung m zugeordnet.

Finde eine Kurvenschar $f_a(x)$ aus Polynomen möglichst kleinen Grades, so dass $y = f_a(x)$ und $m = f_a'(x)$ ist.



Der Faktor bei der höchsten x-Potenz ist ____

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.



5 Gegeben ist eine Kurvenschar f_a mit $f_a(x) = \frac{a+x}{e^x}$ mit $a \geq 0$.

Ermittle

- * die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen,
- * die Extrempunkte,
- * die Wendepunkte

Stelle die Gleichung der Wendetangente $t_a(x)$ auf.

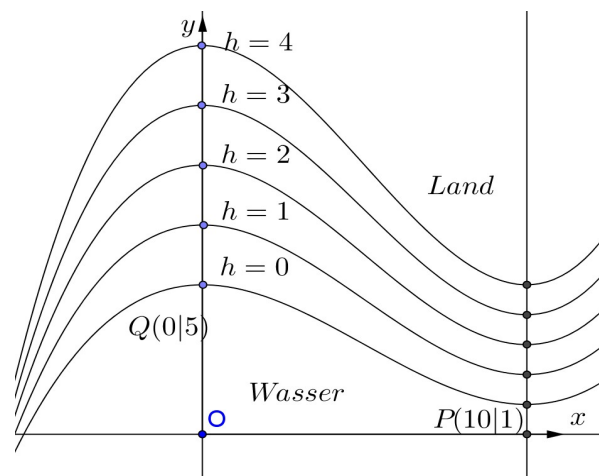
Die Koordinatenachsen und die Wendetangente bestimmen ein Dreieck. Bestimme seine Fläche $F = F(a)$ und ermittle, bei welchem a die Fläche maximal wird.

Die Größe der Fläche ist ____.

6 Die Höhenlinien (d.s. Kurven gleicher Höhe) eines Abhangs zum Wasser hin stellen sich wie in der nebenstehenden Zeichnung als Graphen einer Kurvenschar von Polynomen 3.Grades dar. Aus der Sicht von oben ist -jeweils linear- der flachste Anstieg von $(0|5)$ bis $(0|13)$ und der steilste von $(10|1)$ bis $(10|5)$.

Ermittle die Kurvenschar in der (x/y) -Ebene, die den Höhenlinienverlauf beschreibt, wobei die angegebene Höhe h mit dem entsprechenden Parameter übereinstimmen soll.

Bei $x=5$ und $h=5$ ist $y=$ ____.



Lösungen mit Kennsilben

10,5	0,5	0,4	11	2	312	0,1	3	0	123	4	1
ND	EN	LO	KI	LA	GR	SA	ES	CH	TH	NI	IE

Lösungswort:

7 Expertenaufgabe

Man kann die Kurvenschar $y=x^2+c$ auch explizit nach c hin auflösen, d.h.

$c = x^2 - y$ und dann c als eine Funktion des Punktes $(x|y)$ auffassen, also

$c = F(x, y)$. Wenn man dann den $F(x, y)$ -Wert auf einer dritten Achse, die im

dreidimensionalen Raum senkrecht auf der (x/y) -Ebene steht, aufträgt, liegen die Punkte $P(x|y|F(x, y))$ auf einer gewölbten Fläche in diesem Raum.

Stelle fest wie diese Fläche in obigem Beispiel aussieht und skizziere sie, indem du entsprechende Höhenlinien zeichnest.

Stell Dir vor, Du befindest Dich auf der Höhenlinie $c = 0$ im Punkt $P(1|1|0)$.

Bestimme die Richtung des steilsten Abstiegs zur Höhenlinie $c = -1$.

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.