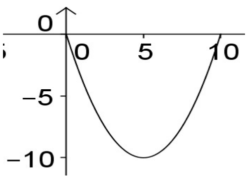
# Fit in Mathe

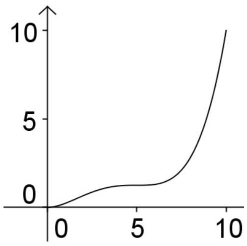
Mai — Klassenstufe 11

| Thema | **Funktionsuntersuchungen** |
|---|---|

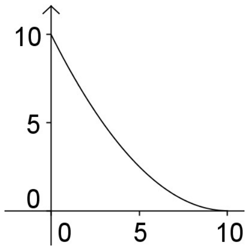
❶ a)



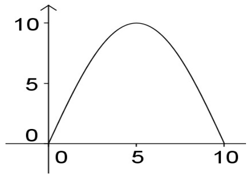

b)



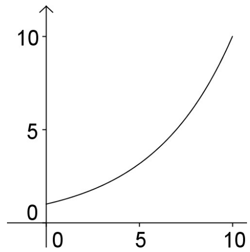

c)




d)




e)




Das Steigungsverhalten von Funktionsgraphen kann mit den Begriffen

(1) *(streng) monoton steigend / fallend.*

(2) *rechtsgekrümmt* oder *konkav* bzw. linksgekrümmt oder *konvex*

beschrieben werden.

Auch Kombinationen sind möglich wie

(3) *degressiv/progressiv fallend/steigend* für „monoton fallend/steigend“ und „konkav/konvex“.

Ordne den obigen Graphen den richtigen Begriff aus (1) bis (3) zu, der eindeutig nur ihm im Intervall $[0;10]$ zukommt.

*Die Ziffern in der richtigen Reihenfolge ergeben die Lösungszahl* ___.

❷ Die folgenden Ableitungen beschreiben in entsprechender Reihenfolge das Steigungsverhalten der Funktionen aus Aufgabe 1. Ordne sie richtig zu.

1) $f'(x) = \pi \cdot \cos(\frac{\pi}{10} \cdot x)$ 2) $f'(x) = 0{,}2x - 2$ 3) $f'(x) = \frac{\ln(10)}{10} \cdot 10^{\frac{x}{10}}$

4) $f'(x) = 0{,}8x - 4$ 5) $f'(x) = 0{,}024x^3 - 0{,}24x^2 + 0{,}6x$

*Die Positions-Nrn. in der Reihenfolge von Aufg. 1 ergeben die Lösungszahl* ___.

❸ Gegeben sind die Funktionen:

1) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$ 2) $f(x) = x^5 - 3x^3 + 2x - 1$ 3) $f(x) = |x^3 - x|$

4) $f(x) = x \cdot e^{-x^2}$ 5) $f(x) = x \cdot \sin(x)$ 6) $f(x) = 2\sqrt{1 - \frac{x^2}{9}}$

Gib an, welche Funktionen auf ihrem jeweiligen Definitionsbereich

* achsensymmetrisch zur y-Achse (=1),
* punktsymmetrisch zum Ursprung (=2) oder
* keines von beidem (=0) sind.

*Die Lösungsziffern in obiger Reihenfolge ergeben die Lösungszahl* ___

*Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.*

# Fit in Mathe

Mai — Klassenstufe 11

❹ Bestimme die Nullstellen folgender Funktionen (falls existent)

a) $f(x)=x^2-x-6$ b) $f(x)=(x^4-5x^2+6)\cdot(x^2+1)$ c) $f(x)=10^{2x}-10^x\cdot 10{,}1+1$

d) $f(x)=\sin^2(\pi x)-1{,}5\sin(\pi x)+0{,}5$ für $x\in[-1;1]$

e) $f(x)=x^3-6x^2+11x-6$ f) $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2+4}$ g) $f(x)=\sin^2(x)-4$

*Die Summe aller Nullstellen ist ___.*

❺ Gegeben ist eine Funktionenschar $f(x)=x^3-6x^2+ax-3$ .
Finde daraus die Funktion,
a) die an der Stelle $x=2$ eine Nullstelle hat,
b) bzw. die, die genau eine Tangente mit der Steigung 0 besitzt.

*Die Summe beider Lösungen ist ___*

❻ Ein Kraftwerk erzeugt gleichmäßig 24 Stunden am Tag Strom. Die Stromabnahme ist aber über den Tag ungleichmäßig, sie steigt von 0 um 0 Uhr auf ihr Maximum um 12 Uhr und fällt bis 24 Uhr wieder auf 0 ab. Um dieses Verhalten auszugleichen, pumpt man mit dem gewonnenen Strom des Kraftwerkes gleichmäßig Wasser in einen höher gelegenen Speichersee und erzeugt bedarfsgerecht Strom durch Ablassen des Wassers über eine tiefer gelegene Turbine.

Gib ein Polynom 3. Grades für den Pegelstand des Speichersees $P(t)$ an, wenn wir annehmen, dass der tägliche Strombedarf einer Differenz von 12 m entspricht. Setze $P(0)=P(24)=0$ und gib den Pegelhub zwischen Höchst- und Tiefststand an.

*Der Pegelhub ist auf eine Stelle hinter dem Komma gerundet ___ m .*

**Lösungen mit Kennsilben**

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 101112 | 21,5 | 32211 | 21323 | 18,5 | 2,3 | 5,4 | 45213 | 19,1 | 52134 | 20,9 | 101211 |
| RG | UE | OS | KI | LO | TE | EN | RS | BL | TE | CK | CH |

Lösungswort:

❻ <u>Expertenaufgabe</u>

Man kann Funktionswerte einer unbekannten Funktion mit Näherungspolynomen annähern, wenn man einige „Stützstellen“ kennt.
Das nachstehende Verfahren ist als „Newtonsche Interpolation“ bekannt.
Es seien die Stützpunkte $(x_0, y_0),\ldots,(x_n, y_n)$ gegeben. Definiere ein Polynom

$$p_n(x)=c_0+c_1\cdot(x-x_0)+c_2\cdot(x-x_0)\cdot(x-x_1)+\ldots+c_n\cdot(x-x_0)\cdot\ldots\cdot(x-x_n)$$ .

und bestimme die $c_i$ so, dass $p_n(x_i)=y_i$ *für* $i=0,\ldots,n$ . Das führt auf ein Gleichungssystem in Dreiecksgestalt für die unbekannten $c_i$ (warum ?), das relativ leicht zu lösen ist.

Damit lässt sich nun ein Näherungswert $p_n(x^*)$ für einen Wert $x^*$ ausrechnen.

Bestimme z.B. ein Polynom durch die Punkte: $(1|9),(3|-27),(4|-30),(7|165)$ .

*Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.*

hochschule 21 genial dual — PFH PRIVATE UNIVERSITY of Applied Sciences — TUHH Technische Universität Hamburg-Harburg