Fit in Mathe

Mai — Klassenstufe 12

Thema	**Lösen mit Analysis und Linearer Algebra**

❶ Bestimme die Lösungsmenge durch Probieren.

a) $36 = x^2$ b) $-125 = x^3$ c) $4^{x+1} = 64$ d) $16^x = 64$ e) $\sin(x) = 1$

f) $\cos(x) = ½$ g) $\tan(x) = 1$ h) $(x+3) \cdot (4-x) = 0$ i) $\sqrt{1\,\acute{\mathrm{H}}\,x} = 2$

Die Anzahl aller Lösungen im Intervall $[-2\pi, 2\pi]$ *ist ___ .*

❷ Löse das lineare Gleichungssystem.

a) $\begin{aligned} x-2y &= 2 \\ 2x+y &= 9 \end{aligned}$ b) $\begin{aligned} 3x-2y &= 0 \\ 2x+4y &= 16 \end{aligned}$ c) $\begin{aligned} x-2y+z &= 0 \\ 2x+y+3z &= 6 \\ -2x-y+10z &= 7 \end{aligned}$

d) $\begin{aligned} 2x-2y+2z &= 4 \\ 2x+2y+z &= 9 \\ -x-3y+3z &= 2 \end{aligned}$

Die Summe aller Lösungen ist ___.

❸ Bestimme die Lösungsmenge mithilfe von Term- oder Äquivalenzumformungen.

a) $x^2 + 4x = 0$ b) $(2x)^4 = 81$ c) $32 \cdot 2^{x-1} = 4^{x+1}$ d) $10 \cdot 4^{2x+1} = 640$

e) $-6 + 2x^4 = 156$ f) $3 \cdot 5^{3x-6} = 375$ g) $6 = x^3 - 36x + 6$

Die Summe aller Lösungen ist ___.

❹ Bestimme die Lösungsmenge mit quadratischer Ergänzung.

Beispiel: $11 = x^2 + 4x + 6$.
Setze $a = x$ und $b = 2$, dann ist wegen $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b$: $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$.
Also kann man obige Gleichung schreiben als $11 = (x+2)^2 + 2$ bzw. $(x+2)^2 = 9$.
Daraus folgt: $3 = x+2$ oder $-3 = x+2$ bzw. $x=1$ oder $x = -5$.

a) $4x^2 + 16x + 25 = 18$ b) $x^2 - 6x + 25 = 32$ c) $9x^2 + 12x + 2 = -2$

d) $36x^2 + 12x + 1 = -1$

Die Summe aller Lösungen ganzzahlig gerundet ist ___.

❺ Bestimme mit dem Intervallhalbierungsverfahren die ersten vier Intervallmitten.

Beispiel: $0 = -3 + 16^x =: f(x)$
Startintervall [0; 2], Mitte: 1 ⇒
Schritt 1: $f(0) = -2$; $f(2) = 253$; $f(1) = 13$ ⇒ Lösung in [0; 1] mit Mitte: 1/2
Schritt 2: $f(0) = -2$; $f(1) = 13$; $f(1/2) = 1$ ⇒ Lösung in [0; 1/2] mit Mitte: 1/4
Schritt 3: $f(0) = -2$; $f(1/2) = 1$; $f(1/4) = -1$ ⇒ Lösung in [1/4; 1/2] mit Mitte: 3/8.

a) $0 = -3 + 3x^2 - x^3 =: f(x)$ und Startintervall [0; 2]
b) $0 = -1 + 1/x - x^2 =: f(x)$ und Startintervall [0,5; 2,5]

Die Summe der Intervallmitten ist ___.

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.

hochschule 21 genial dual   PFH PRIVATE UNIVERSITY of Applied Sciences   TUHH Technische Universität Hamburg-Harburg

Fit in Mathe

Mai

Klassenstufe 12

❻ Die Lösungen (x|y) bzw. (x|y|z) sind nicht eindeutig, bestimme die Lösungsgeraden.

a) $x - 2y = 2$ und $2x - 4y = 4$ b) $3x - 2y = 0$ und $6x - 4y + 2 = 2$
c) $x - 2y + z = 0$ und $2x + y + 3z = 6$ und $3x - y + 4z = 6$
d) $x - y + 4z = 11$ und $2x + 2y + z = 9$ und $-x - 3y + 3z = 2$

Die Summe aller y-Komponenten für x=0 ganzzahlig gerundet ist ___.

❼ Stelle fest, ob es keine, eine oder viele Lösungen gibt.

a) $x - 2y = 2$ und $2x - 4y = 6$ b) $3x - 2y = 1$ und $6x - 2y + 2 = 6$
c) $x - 2y = 0$ und $-3x + 6y + 6 = 6$
d) $x - 2y + z = 0$ und $2x + y + 3z = 6$ und $7x + y + 10z = 18$
e) $x - y + 4z = 11$ und $2x + 2y + z = 9$ und $-6x - 6y + 3z = 2$
f) $x - y + 4z = 8$ und $2x + 2y + z = 10$ und $-x - 6y + z = -12$

Die dreistellige Zahl, deren Ziffern die Anzahl der Fälle gemäß obiger Unterscheidung angibt, ist ___.

❽ Eine Firma stellt quaderförmige, oben offene Kartons unterschiedlicher Größe her. Der Boden ist immer quadratisch und die Höhe ist um 2 dm kürzer als die Kantenlänge L des Bodens. Berechne die Kantenlänge L eines Kartons mit der Oberfläche $A = 16{,}8\ \text{dm}^2$.

Hinweis: Wende nötigenfalls quadratische Ergänzung oder das Intervallhalbierungsverfahren an und bestimme dann L auf einen Zentimeter genau.

Die Kantenlänge L in cm ist___ .

❾ Die Ausgangssituation ist wie in Aufgabe 8, aber nun ist ein Volumen $V = 20\ \text{dm}^3$ vorgegeben.
Hinweis: Lösungsweg wie in Aufgabe 8.

Die Kantenlänge L in cm ist __.

Lösungen mit Kennsilben

2	35	36	18	3	1	2	20	132	19	14	28	141	16
GE	AL	LE	BU	LE	JU	ES	RH	AN	ND	ND	IE	SP	DE

Lösungswort:

❿ <u>Expertenaufgabe</u>

Beim GPS befindet sich der Empfänger bei einem Punkt mit den Koordinaten (x|y|z). Der Empfänger empfängt die Koordinaten (a|b|c) sowie die Entfernungen D mehrerer Satelliten und berechnet daraus seine Koordinaten. In einem vereinfachten Zahlenbeispiel empfängt er für vier Satelliten folgende Koordinaten und Distanzen D:
Satellit 1: (a|b|c) = (3|0|0) und D = 5
Satellit 2: (a|b|c) = (0|3|0) und D = 5
Satellit 3: (a|b|c) = (1|2|2) und D = 3
Satellit 4: (a|b|c) = (-2|1|2) und D = 3

Berechne die Koordinaten (x|y|z) des Empfängers.

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.