Fit in Mathe

März — Klassenstufe 12

Thema: **Matrizen**

❶ Führe folgende Matrizenoperationen durch

a) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot 2 =$ b) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -2 & -4 \\ 0 & 4 & 7 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & -6 & -7 & 8 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \end{pmatrix} =$

c) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} =$ d) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$ e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} =$

Die Summe der maximalen Beträge der Elemente aller 5 Ergebnismatrizen ist ___.

❷ Gegeben sind die folgenden (m x n)-Matrizen. Schreibe sie explizit!

a) $(a_{ij}) = (i+j)$ mit $m=3$, $n=4$ und $1 \le i \le m, 1 \le j \le n$

b) $(b_{ij}) = (i^j)$ mit $m=4$, $n=3$, $1 \le i \le m, 1 \le j \le n$

c) $(c_{ij}) = \delta_{ij}$ mit $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i=j \\ 0 & \text{für } i \neq j \end{cases}$ und $m=n=4$

Die Summe der maximalen Beträge der Elemente aller 3 Ergebnismatrizen ist ___ .

❸ Unter der transponierten Matrix einer Matrix A versteht man die Matrix A^T , bei der die Zeilen spaltenweise und die Spalten zeilenweise geschrieben werden.

a) Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{pmatrix}$

Wie sehen die jeweiligen transponierten Matrizen aus?

b) Beweise, dass gilt $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$.

Jedes Element der Produktmatrix besteht aus ___ Summanden.

❹ Eine Matrix mit derselben Anzahl von Zeilen und Spalten ist eine quadratische Matrix. Eine spezielle (hier mit der Zeilen- und Spaltenzahl zwei) ist die Einheitsmatrix $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Regulär, nicht-singulär oder auch invertierbar genannte Matrizen A sind solche, für die es eine inverse Matrix A^{-1} gibt mit der Eigenschaft $A \cdot A^{-1} = I$

Finde durch die Aufstellung eines entsprechenden Gleichungssystems die inverse Matrix (falls vorhanden) zu $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Der kleinste gemeinsame Nenner aller Elemente von A^{-1} ist ___.

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.

Fit in Mathe

März

Klassenstufe 12

❺ <u>Materialverflechtung</u>

Beim Bau dreier Carporttypen werden für die Zwischenprodukte folgende Rohstoffe benötigt:

	Kanthölzer	Dachbalken	Bretter	Dachlatten
Fichtenstämme (m^3 *pro Stück*)	0,03	0,05	0,02	0,01
Imprägniersalz (*Liter pro Stück*)	0,17	0,3	0,1	0,05

Für die Endprodukte sind folgende Zwischenprodukte nötig:

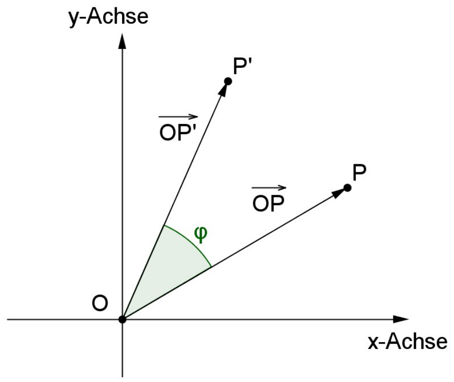
	Typ I	Typ II	Typ III
Kanthölzer (*Stück pro Produkt*)	8	10	14
Dachbalken (*Stück pro Produkt*)	4	4	5
Bretter (*Stück pro Produkt*)	60	160	240
Dachlatten (*Stück pro Produkt*)	12	12	24

a) Welche Rohstoffmengen werden für die einzelnen Typen benötigt?
b) Es liegt eine Bestellung vor mit 20 Stück Typ I, 15 Stück Typ II und 5 Stück Typ III. Welche Rohstoffmenge an Fichtenstämmen und Imprägniersalz ist insgesamt erforderlich?
Im Mittel benötigt man bei dieser Bestellung ganzzahlig gerundet pro Carport ___ l Imprägniersalz

Die Lösungszahlen in willkürlicher Reihenfolge sind:	78	16	5	4	72

❻ <u>Expertenaufgabe</u>

Ein Ortsvektor $\vec{OP} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ wird mit dem Koordinatenursprung als Drehpunkt um den Winkel φ gedreht. Das Ergebnis ist der neue Ortsvektor $\vec{OP}\,'$.
Man kann die Drehung darstellen als die Multiplikation des ursprünglichen Ortsvektors mit einer Matrix A.



Wie sieht die Matrix A aus ?