Fit in Mathe

Musterlösungen

Februar — Klassenstufe 11

Thema: Verschiebungen, Stauchungen, Periodizität

❶ Verschiebe

a) den Punkt $P\,(1|2)$ um den Vektor $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$. Gib den neuen Punkt P' an.

b) den Punkt Q um den Vektor $\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$ auf den Punkt $Q`(6|2)$.
Gib die Koordinaten des Punktes Q an.

Lösung

zu a) Auf Grund der Bedingung ist P' = P'((1 + 3)|(2+4)), d.h. P' = P'(4|6).

zu b) Es sei Q=Q(x|y), dann ist Q'((x+4)|(y-2))=Q'(6|2). Durch Vergleich der Koordinaten folgt x=2 und y=4, also Q=Q(2|4).

Die Summe aller Koordinaten ist : 4+6+2+4=16, also Buchstabenpaar LA.

❷ Ein Kreis ist gegeben durch $x^2+y^2=25$.

Der Kreis wird um den Vektor $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ verschoben.

Welche Gleichung erfüllen die Koordinaten der Punkte des verschobenen Kreises?

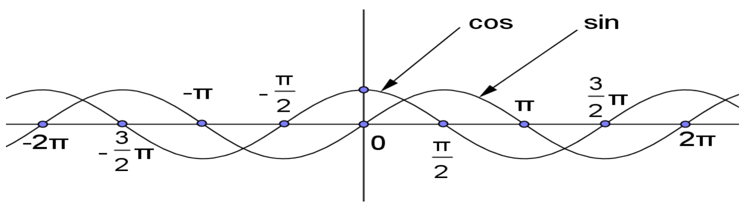
Lösung

Die um obigen Vektor verschobenen Punkte auf dem Kreis sind P'(x'|y') mit
$x'=x+3$ und $y'=y+4$. woraus für die ursprünglichen Koordinaten folgt
$x=x'-3$ und $y=y'-4$. Da diese obige Kreisgleichung erfüllen, gilt auch
$(x'-3)^2+(y'-4)^2=25$.

Beim größten Abstand des Kreisbogens zum Ursprung addieren sich der Abstand des Kreismittelpunktes zum Ursprung 5 und der Kreisradius ebenfalls 5,

also ist er insgesamt 10, d.h. Buchstabenpaar NG.

❸



Verschiebe den Graphen der a) sin-Funktion b) cos-Funktion um $\frac{-\pi}{2}$.

Kreuze an, welche Funktionsgleichung den verschobenen Graphen entspricht!

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.

Lösung

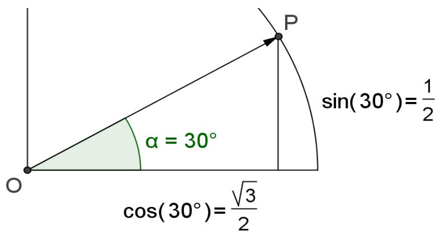
	1) y=sin(x)	2) y=-sin(x)	3) y=cos(x)	4) y=-cos(x)
a)			x	
b)		x		

.

Die Summe der Spaltennummern der gesuchten Funktionen ist 5, also Buchstabenpaar LA.

❹ Verschiebe den Punkt P (1|2) um einen Vektor, der mit der positiven x-Achse den Winkel 30º einschließt und die Länge 10 hat.

Wie lauten die Koordinaten des neuen Punktes?



Lösung

Die x-Koordinate dieses Vektor ist

$$10\cdot\cos(30^\circ)=10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=5\cdot\sqrt{3} \quad ,$$

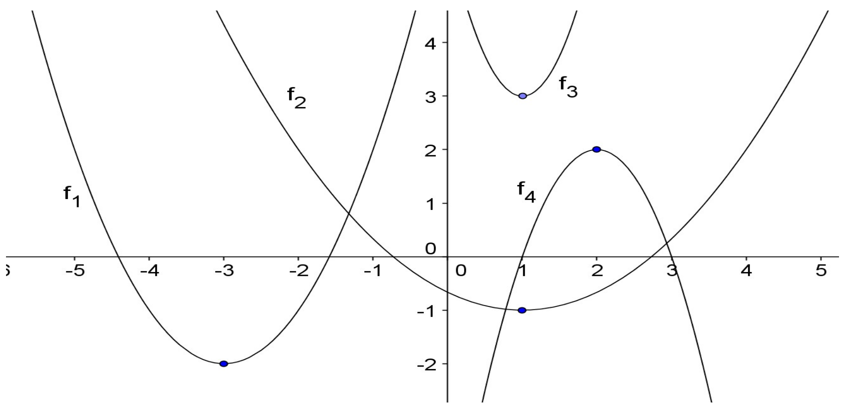
die y-Koordinate ist $10\cdot\sin(30^\circ)=10\cdot\frac{1}{2}=5$,

also ist der verschobene Punkt

$$P'=P'((1+5\sqrt{3})/(2+5))=P'((1+5\sqrt{3})/7) \quad .$$

Seine y-Koordinate lautet demnach 7, also Buchstabenpaar UF.

❺



Kreuze in der folgenden Tabelle an, welcher Streckfaktor und welcher Verschiebevektor zur entsprechenden Parabel gehört.

Lösung

	Streckfaktoren				Verschiebevektor			
	$a=-2$	$a=\frac{1}{3}$	$a=1$	$a=3$	$\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$
f_1			x		x			
f_2		x						x
f_3				x		x		
f_4	x						x	

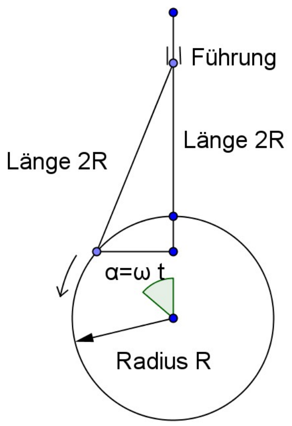
Die Anzahl der Kreuze in den grauen Feldern ist 2, also Buchstabenpaar EN.

Lösungen mit Kennsilben														
16	3	15	2	7	1	8	10	17	12	9	11	5	4	6
LA	EN	EI	EN	UF	ON	DI	NG	SC	UF	SS	HI	LA	LA	TA

Lösungswort: LANGLAUFEN

❻ Expertenaufgabe (Kurbelwelle)

Eine Stange der Länge 2R ist mit einem Ende gelenkig an der Peripherie eines Rades mit Radius R befestigt und wird mit dem anderen Ende in einer vertikalen Schiene geführt.
Bestimme eine Funktion $h(t)$, die die Höhe des geführten Endes zwischen $h_{unten}=0$ und $h_{oben}=2\mathrm{R}$ als Funktion der Zeit t angibt, wenn sich das Rad mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω dreht und am Anfang $h(0)=h_{oben}$ gilt.



Lösung

Nach Pythagoras kann man ansetzen: $(h(t)+R(1-\cos(\omega t)))^2+R^2\sin^2(\omega t)=(2\mathrm{R})^2$

Daraus ergibt sich nach Umformungen: $h(t)=R(\sqrt{4-\sin^2(\omega t)}-1+\cos(\omega t))$.

Zum Zeitpunkt $t=0$ *befindet sich das obere Ende der Stange in der höchsten Position* $h(0)=2\mathrm{R}$.

Zum Zeitpunkt $t=\frac{\pi}{\omega}$ *ist* $h(\frac{\pi}{\omega})=R(\sqrt{4-\sin^2(\pi)}-1+\cos(\pi))=R(2-1-1)=0$