



1 Berechne die Wurzel.

a) $\sqrt{4}$ b) $\sqrt[3]{8}$ c) $\sqrt{0}$ d) $\sqrt{225}$ e) $\sqrt[5]{32}$

Lösung

zu a) 2 zu b) 2 zu c) 0 zu d) 15 zu e) 2

Die Summe aller Werte ist 21(VO) .

2 Berechne die Wurzel wenn möglich.

a) $\sqrt{9}$ b) $\sqrt{-1}$ c) $\sqrt{-4}$ d) $\sqrt{-4^2}$ e) $\sqrt{(-4)^2}$

Lösung

zu a) 3 zu b) nicht als reelle Zahl definiert

zu c) nicht als reelle Zahl definiert zu d) nicht als reelle Zahl definiert

zu e) $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4$

Die Summe aller errechneten Werte ist 7 (EL).

3 Vereinfache folgende Wurzelterme.

a) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}$ b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$ c) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{1/4}}$ d) $\frac{\sqrt{17} \cdot \sqrt{8/17}}{\sqrt{2}/\sqrt{4}}$

Lösung

zu a) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{45}{5}} = \sqrt{9} = 3$ zu b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{9 \cdot 9} = 9$

zu c) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{1/4}} = \sqrt[3]{\frac{16}{1/4}} = \sqrt[3]{4 \cdot 16} = 4$ zu d) $\frac{\sqrt{17} \cdot \sqrt{8/17}}{\sqrt{2}/\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}/2} = \sqrt{2 \cdot 8} = 4$

Die Summe aller Werte ist 20 (KE).

4 Ziehe teilweise die Wurzel. Beachte: Quadratwurzeln sind stets positiv!

a) $\sqrt{75a^2}$ b) $\sqrt{27b^3}$ c) $\sqrt[4]{32(ab)^4}$ d) $\sqrt{147}$

Lösung

zu a) $\sqrt{75a^2} = 5 \cdot \sqrt{5} \cdot a$ zu b) $\sqrt{27b^3} = 3 \cdot b \cdot \sqrt{3 \cdot b}$ zu c) $\sqrt[4]{32(ab)^4} = 2 \cdot \sqrt[4]{2} \cdot a \cdot b$

zu d) $\sqrt{147} = \sqrt{49 \cdot 3} = 7 \cdot \sqrt{3}$

Der maximale ganzzahlige Faktor ist 7 (RK oder EL, hier passt RK).

5 Bestimme den maximalen Definitionsbereich für den Parameter a!

a) $\sqrt{a+1}$ b) $\sqrt{a^2}$ c) $\sqrt{-a}$ d) $\sqrt[4]{a^3}$ e) $\sqrt{-a^3/(2+a)}$

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.



Lösung

Zu a) $a+1 \geq 0 \Rightarrow a \in [-1, +\infty)$

zu b) $a^2 \geq 0 \Rightarrow a \in (-\infty, +\infty)$

zu c) $-a \geq 0 \Leftrightarrow a \leq 0 \Rightarrow a \in (-\infty, 0]$

zu d) $a^3 \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 0 \Rightarrow a \in [0, +\infty)$

zu d) Es muss gelten (i) $\frac{-a^3}{2+a} \geq 0$ und (ii) $a \neq -2$

(i) gilt, wenn $-a^3 \geq 0$ und $2+a > 0$ oder $-a^3 \leq 0$ und $2+a < 0$

$\Leftrightarrow a^3 \leq 0$ und $a > -2$ $\Leftrightarrow a^3 \geq 0$ und $a < -2$

$\Leftrightarrow a \leq 0$ und $a > -2$ $\Leftrightarrow a \geq 0$ und $a < -2$

Die zweite Bedingung in (i) kann aber von keinem a erfüllt werden, so dass nur die erste übrig bleibt und diese erfüllt zudem (ii), also bleibt $a \in (-2, 0]$

Die größte untere Intervallgrenze ist 0 (UN).

6 Gib an, welche Rechnungen richtig sind und welche falsch sind.

a) $\sqrt{1/4} = 1/2$ b) $\sqrt{3} + \sqrt{4} = \sqrt{7}$ c) $2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$ d) $2 \cdot \sqrt{3} + 4 \cdot \sqrt{75} = 22 \cdot \sqrt{3}$

e) $\sqrt{8} - \sqrt{4} = 1/2 \cdot \sqrt{8}$

Lösung

zu a) $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ ist wahr.

Zu b) Es ist $(\sqrt{3} + \sqrt{4})^2 = 7 + 2 \cdot \sqrt{12} \neq (\sqrt{7})^2$, also Aussage falsch.

Zu c) $2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12} \neq \sqrt{6}$, also Aussage falsch.

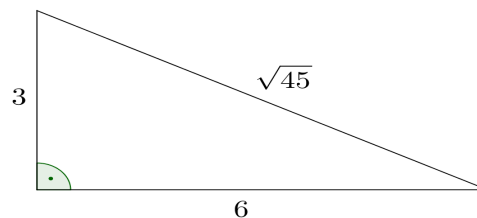
zu d) $2 \cdot \sqrt{3} + 4 \cdot \sqrt{75} = 2 \sqrt{3} + 4 \cdot \sqrt{25 \cdot 3} = 2 \sqrt{3} + 4 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = 22 \sqrt{3}$, also Aussage wahr.

Zu e) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{4} = 2 \sqrt{8} \neq 1/2 \cdot \sqrt{8}$

Die Anzahl der richtigen Rechnungen ist 2 (DE).

7 Schreibe die Zahl unter der Wurzel als Summe zweier Quadrate positiver ganzer Zahlen.

Beispiel: $\sqrt{45} = \sqrt{6^2 + 3^2}$



a) $\sqrt{13}$

b) $\sqrt{37}$

c) $\sqrt{25}$

d) $\sqrt{29}$

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.



Lösung

zu a) $\sqrt{13} = \sqrt{3^2+2^2}$ zu b) $\sqrt{37} = \sqrt{1^2+6^2}$
zu c) $\sqrt{25} = \sqrt{3^2+4^2}$ zu d) $\sqrt{29} = \sqrt{5^2+2^2}$

Die Summe der gefundenen ganzen Zahlen unter den Wurzeln ist 26 (MU).

- 8** Roboter Roland kann sich nur nach vorne, hinten, rechts, links, oben und unten bewegen.
- a) Er fährt 6m nach rechts und 8m nach vorne. Wie weit wäre er bei direktem Weg gefahren?
- b) Anschließend soll er auf einen 14m hohen Steilfelsen, der 30m rechts und x m vor ihm liegt, fahren. Könnte er auf dem kürzesten Weg fliegen, müsste er $\sqrt{1100}$ m zurücklegen. Wie weit muss er nach vorne fahren?

Lösung

zu a) Bei direktem Weg fährt er $\sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{100} = 10$ m.

zu b) Der Ansatz ist: $\sqrt{30^2+x^2+14^2} = \sqrt{1100} \Rightarrow 1096+x^2 = 1100 \Rightarrow x = 2$,
also fährt er noch 2 m nach vorne.

Die Summe der beiden gefundenen Wegstrecken ist 12 (SE).

- 9** a) Ein Kreis hat den Flächeninhalt von $6,25 \cdot \pi \text{ dm}^2$. Welchen Durchmesser d hat er?
- b) Das Volumen der Sonne beträgt ca. $1372/3 \cdot \pi \cdot 10^{15} \text{ km}^3$. Welchen Radius hat sie unter der Annahme, dass sie eine perfekte Kugel wäre ?
(Angabe in wissenschaftlicher Schreibweise $r \cdot 10^n$ mit $1 \leq r < 10$)
- c) Du möchtest ein quadratisches Beet anlegen. Nach längerem Abmessen stellst Du fest, dass die Diagonale aus Platzgründen maximal 14,2 m lang sein darf. Doch wie lang darf dann die Seitenlänge a des Quadrats in ganzen Metern sein?

Lösung

zu a) Die Beziehung zwischen Flächeninhalt F und Durchmesser d ist $F = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$,

also hier: $6,25 \cdot \pi = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow 2,5^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow d = 5 \text{ dm}$

zu b) Das Volumen V einer Kugel mit Radius R ist $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$, also hier

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{1372}{3} \cdot \pi \cdot 10^{15} \Leftrightarrow R^3 = 343 \cdot 10^{15} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{343 \cdot 10^{15}} = 7 \cdot 10^5 \text{ km} .$$

zu c) Für die Kantenlänge d muss gelten $\sqrt{2 \cdot a^2} = 14,2 \Leftrightarrow a = \frac{14,2}{\sqrt{2}} \approx 10 \text{ m}$

Die Summe der Werte d+r+n+a ist 5+7+5+10=27 (UM).

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.



Lösungen mit Kennsilben

12 SE	7 RK	2 DE	22 WI	24 FF	21 VO	28 LD	26 MU	20 KE	1 TZ	7 EL	27 UM	25 BO	0 UN
----------	---------	---------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	---------	---------	----------	----------	---------

Lösungswort: VOELKERKUNDEMUSEUM

10 Expertenaufgabe

Man kann den Definitionsbereich der Wurzelrechnung erweitern, sodass Wurzeln aus allen reellen Zahlen zugelassen sind. Dazu führt man eine Zahl i mit der Eigenschaft $i^2 = -1$ ein. Diese Zahl ist keine reelle Zahl (sie heißt *komplexe Zahl*), man rechnet aber mit ihr wie mit reellen Zahlen.

Beispiel: $\sqrt{-9} = \sqrt{9 \cdot i^2} = 3 \cdot i$

10.1 Vereinfache unter Benutzung von i !

a) $\sqrt{-16}$ b) $\sqrt{-121}$ c) $\sqrt{-1} / \sqrt{-16}$

10.2 So ergeben sich für alle quadratischen Gleichungen ein oder zwei Lösungen.

Bestimme alle!

a) $2x^2+4x+4=-6$ b) $x^2-4x+5=1$ c) $x^2-6x+9=4$

Lösung

zu 10.1

a) $\sqrt{-16} = 4i$ b) $\sqrt{-121} = 11i$ c) $\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-16}} = \frac{i}{4i} = \frac{1}{4}$

zu 10.2

a) $2x^2+4x+4 = -6 \Leftrightarrow x^2+2x+1 = -4 \Leftrightarrow (x+1)^2 = (2i)^2 \Leftrightarrow (x+1-2i) \cdot (x+1+2i) = 0$

Es ergeben sich die beiden Lösungen $x_1 = -1+2i$ und $x_2 = -1-2i$.

b) $x^2-4x+5 = 1 \Leftrightarrow x^2-4x+4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0$.

Es ergibt sich die eine Lösung $x = 2$

c) $x^2-6x+9 = 4 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 2^2 \Leftrightarrow (x-3-2) \cdot (x-3+2) = 0$

Daraus ergeben sich die beiden Lösungen $x_1 = 5$ und $x_2 = 1$

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.