



# Fit in Mathe

Musterlösung

1

September

Klassenstufe 9

Thema

## Funktionen

- ① Zu untersuchen sind Funktionen zwischen Untermengen der natürlichen Zahlen, z.B.

$x$	1	2	3	4	...
$f(x)=x+1$	2	3	4	5	...

- a) Ermittle die Zuordnungsvorschrift der Funktion

$x$	1	2	3	4	...
$f(x) = ?$	2	4	6	8	...

- b) Bestimme den Definitionsbereich der Funktion

$x$	?	?	?	?	?
$f(x) = x^2$	4	16	36	64	...

- c) Bestimme den Wertebereich der Funktion

$x$	0	2	4	6	...
$f(x) = 2x+1$	?	?	?	?	?

### Lösung

zu a)  $f(x)=2x$

zu b)  $D_f = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist eine gerade Zahl}\}$

zu c)  $W_f = \{x \in \mathbb{N} \mid \text{bei Teilen durch 4 ergibt sich Rest 1}\}$

Die größte zweistellige Zahl ist 98 (in der Menge von b)), also Buchstabenpaar HA

- ② Gegeben sind die beiden Funktionen  $f(x)$  und  $g(x)$ .

$x$	1	2	3	4	5	...
$f(x) = ?$	2	4	6	8	10	...
$g(x) = ?$	1	4	9	16	25	...

Gib die Funktionsvorschriften  $f(x)$ ,  $g(x)$  und  $f(g(x))$  an.

Bestimme den Wertebereich von  $f(g(x))$ .

### Lösung

$f(x)=2x$  und  $g(x)=x^2$ . Daraus folgt  $f(g(x))=2x^2$

Da  $f(g(2)) = f(4) = 8$ .

Die Lösungszahl ist 8, also das Buchstabenpaar NN.

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.



# Fit in Mathe

Musterlösung

2

September

Klassenstufe 9

- ③ Ein Radfahrer fährt eine Strecke von 3 km, die mit wachsender Steigung um insgesamt 100 m ansteigt. Durch entsprechendes Schalten und langsames Treten passt er seine Geschwindigkeit so an, dass seine Kraftanstrengung einigermaßen gleich bleibt.

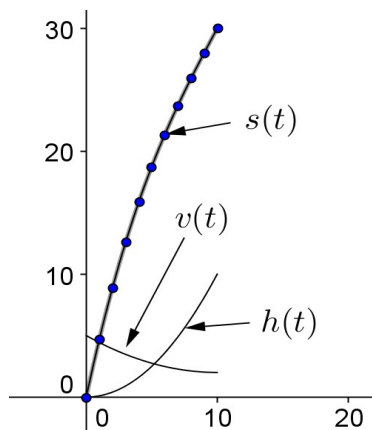
Die Funktion  $s(t)$  beschreibt die nach der Zeit zurückgelegte Strecke.

Folgende Zwischenmarken werden gemessen:

t [min]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$s(t)$ [m]	471	888	1257	1584	1875	2136	2373	2592	2799	3000

- Skizziere den Graphen der Funktion  $s(t)$ , die die zurückgelegte Strecke in Abhängigkeit von der Zeit darstellt.
- Skizziere qualitativ den Graphen der Geschwindigkeiten, die er zum Zeitpunkt  $t$  auf seinem Tacho abliest.
- Skizziere qualitativ den Graphen einer Funktion  $h(t)$ , die in Abhängigkeit von der Zeit die erreichte Höhe beschreibt.

## Lösung



Zu beachten ist, dass alle drei Graphen in dasselbe Koordinatensystem eingetragen sind, obwohl die Werte auf der y-Achse unterschiedliche Dimensionen haben. Diese Ungenauigkeit haben wir in Kauf genommen, da es hier nur um den qualitativen Verlauf der Graphen ging.

Der Graph der Geschwindigkeit ( $v(t)$ ) zeigt, dass diese über die Strecke abnimmt, aber immer langsamer, weswegen der Graph linksgekrümmt ist.

Da die Geschwindigkeit immer weiter abnimmt, muss der Weg immer steiler werden, daher ist auch dieser Graph linksgekrümmt.

*Die Anzahl der linksgekrümmten Graphen ist also 2, d.h. Buchstabenpaar OV.*

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.



# Fit in Mathe

Musterlösung

3

September

Klassenstufe 9

- 4 Ein 100 m langes Kabel wird in von den Kunden gewünschten Längen  $x$  verkauft. Für den Preis  $P(x)$  liegen folgende Varianten vor:
- Der erste Meter kostet 10 € und jeder weitere angefangene Meter kostet 5 €.
  - Der Preis ist proportional zur Kabellänge mit 7,90 €/m.
  - Der Preis setzt sich aus einem Grundpreis von 10 € und einem längenabhängigen Anteil von 7,60 €/m zusammen.
  - Die Preisgestaltung ist wie unter c), allerdings ist der Faktor beim längenabhängigen Anteil nicht konstant, sondern beginnt bei 9 €/m und fällt dann bis zur Endlänge von 100 m linear auf 4,5 €/m ab.

## Lösung

Die Zuordnungsvorschriften zwischen Kabellänge und Preis sind:

zu a)

$$P(x) = \begin{cases} 10 & \text{für } x \leq 1 \\ 10 + (n-1) \cdot 5 & \text{für } n-1 \leq x < n \text{ und } n = 2, 3, \dots \end{cases}$$

zu b)

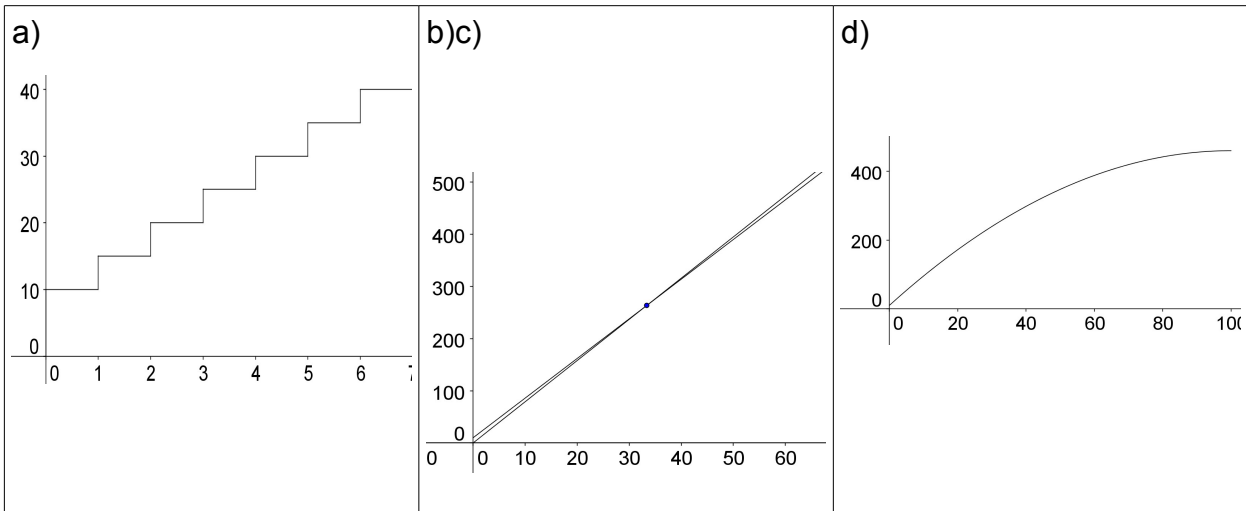
$$P(x) = 7,90 \cdot x$$

zu c)

$$P(x) = 7,60 \cdot x + 10$$

zu d)

$$P(x) = \left(9 - 4,5 \cdot \frac{x}{100}\right) \cdot x + 10 = -0,045 x^2 + 9x + 10$$



Bei der Kabellänge  $33\frac{1}{3}$  m ist der Preis von Variante b) und c) gleich, das ist gerundet 33 m, also Buchstabenpaar ER.

## Lösungen mit Kennsilben

98	2	35	8	97	30	1	15	99	33	17	3
HA	OV	LZ	NN	CU	EN	AV	XH	DI	ER	EP	HO

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.



# Fit in Mathe

Musterlösung

4

September

Klassenstufe 9

Lösungswort: HANNOVER

## 5 (Expertenaufgabe)

Gegeben sind die Punkte  $P_1(1/\frac{1}{-3})$ ,  $P_2(3/\frac{1}{5})$ ,  $P_3(5/\frac{1}{21})$ ,  $P_4(10/\frac{1}{96})$  eines Funktionsgraphen.

Bestimme eine passende Zuordnungsvorschrift und deren maximalen Definitionsbereich.

### Lösung

Die Lösung ist natürlich nicht eindeutig, aber eine kurze, einfache Lösung ist:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}.$$

Der Definitionsbereich dieser Funktion ist:  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ , denn bei  $x=2$  bzw.  $x=-2$  würde der Nenner 0, was nicht definiert ist.

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.